МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА КОМИСИЯ ЗА ОРГАНИЗИРАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО АСТРОНОМИЯ

VII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

III кръг

2 април 2004 г.

Решения на задачите

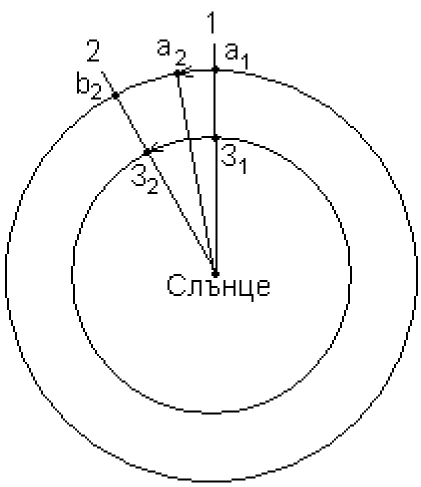
Ученици 7-8 клас

Задача 1: В един ден Луната залязва в 8^h05^m и изгрява в 16^h31^m местно време. Приблизително в каква фаза е Луната? Приблизително кога през годината се случва това?

Решение: Виждаме, че времената на залеза и изгрева са симетрични на пладне. Т.е. около пладне Луната е в долна кулминация. Оттук следва, че около полунощ Луната е в горна кулминация. Това се получава само когато фазата на Луната е пълнолуние. Освен това забелязваме, че Луната е под хоризонта само 8^h26^m. Това означава, че тя е високо над небесния екватор. Луната е в пълолуние високо над небесния екватор, когато Слънцето е ниско под екватора. Следователно това се случва през зимата.

Задача 2: По кръгова орбита около Слънцето се движат N астероида на равни разстояния един от друг. Орбиталният период на астероидите е 3 години. Какъв би трябвало да е броят на астероидите N, така че всеки месец един от тях да е в опозиция за Земята?

Решение:



В момент 1 Земята е в точка $З_1$, а астероидът ***a*** е в точка a_1 , т.е. в опозиция. За един месец Земята се премества на 30º в точка $З_2$. Тогава за нея ще е в опозиция астероидът ***b*** в точка b_2 . Астероидите правят една обиколка около Слънцето за 3 години. Следователно за един месец те се отместват по орбитата си на 1/36 от пълната обиколка, т.е. на 10º. Тогава, когато Земята е в точка $З_2$, астероидът ***a*** ще се е отместил от точка a_1 в точка a_2 , отстояща на 10º от точка a_1 . Тъй като ъгълът $З_1З_2$ е 30º, то ъгловото отстояние на точка b_2 от точка a_2 е 20º. Астероидите ***a*** и ***b*** са съседни, а по условие астероидите са на равни разстояния. Ето защо всички астероиди са на ъглово разстояние 20º един от друг. Следователно броят на астероидите е:

$$N = 360º / 20º = 18$$

Задача 3: В пустинно царство на екватора живял цар. Вражеска войска завладяла царството, а царят бил хвърлен в дълбок кладенец. В края на първата нощ той видял през кладенеца любимата си звезда Садалмалик (α Водолей, “щастливата звезда на царя”). В същия миг му се явил добрият дух и му казал, че ще бъде спасен, след като види Садалмалик в 333 нощи. После изчезнал в прашна вихрушка, от която обаче се събудил дремещият наблизо зъл дух. Кихайки ядосано, той казал на царя, че няма да издържи в кладенеца повече от 555 дни. Отначало царят не се разтревожил от това, но изведнъж при него се прокраднал духът на съмнението, който останал в кладенеца и не му давал покой. Как мислите, щастлива ли се е оказала за царя звездата Садалмалик?

Решение: За да види царят звездата Садалмалик през дълбокия кладенец, тя трябва да минава близо до зенита. Царството се намира на земния екватор. Това означава, че звездата е близо до небесния екватор. Царят я е видял за първи път в края на първата нощ. Звездата Садалмалик е от 3-та звездна величина – не е слаба, но не е и особено ярка. Трудно е да предположим при какви условия на осветеност на небето тя би могла да се наблюдава от дъното на дълбок кладенец. За по-голяма сигурност нека приемем, че звездата става видима преди началото на гражданския полумрак, т.е. когато Слънцето е на не-по-малко от 6º под хоризонта. Следователно в края на първата нощ, когато царят за първи път е видял звездата, Слънцето се е намирало най-малко на 96º източно от нея. Поради движението на Слънцето по еклиптиката от запад на изток, в следващите нощи Слънцето ще се отдалечава все по на изток от звездата и тя ще се появява в зенита за царя все по-рано през нощта. Това ще продължи докато Слънцето не стигне до положението, което е на 96º западно от звездата и тогава тя за последен път ще бъде видима за царя вечер, малко след залеза на Слънцето. Целият този период на видимост на звездата ще продължи толкова време, колкото е необходимо на Слънцето, за да измине по еклиптиката дъга от 180º - 2×6º = 168º. Това време е: 365.25 × 168º/360º ≈ 170 денонощия. Царят ще може да види звездата в 170 нощи, ако, разбира се някои от тях не се случат облачни, но в пустинята това става изключително рядко. Друго условие е царят да е бил хвърлен в кладенеца наистина в ден от годината, който се явява първи от този 170-дневен период на видимост на звездата. След това ще последва период от 365 – 170 = 195 денонощия, през който царят няма да вижда звездата Садалмалик. После ще има нов период на видимост от 170 денонощия. На царя ще е му остава да види любимата си звезда в още 333 – 170 = 163 нощи, което означава, че новият период на видимост ще му стигне и дори ще му останат още 7 резервни нощи. Но дали ще може да преживее целия този период? Общо в него има 170 + 195 + 163 = 528 денонощия. Според предсказанието на злия дух царят ще издържи 555 дни в кладенеца. Следователно по всяка вероятност звездата Садалмалик наистина ще се окаже щастлива за него и той ще бъде спасен. Ако си спомняте задачата от II кръг на олимпиадата, всичко зависи от астрономическите знания на принца, който се намира в шатрата.

Задача 4: Периодична комета има орбита около Слънцето с перихелий между орбитите на Меркурий и Венера и афелий между орбитите на Уран и Нептун. Считайте орбитите на тези планети за кръгови. Нарисувайте схема с орбитите на четирите планети. Върху нея нарисувайте орбитите на кометата, при които тя би имала максималния и минималния възможен орбитален период. Нарисувайте орбитите на кометата, при които тя би имала максималната и минималната възможна скорост в перихелий. Нарисувайте орбитите, при които кометата би имала максималната и минималната възможна скорост в афелий. Обяснете вашето решение.

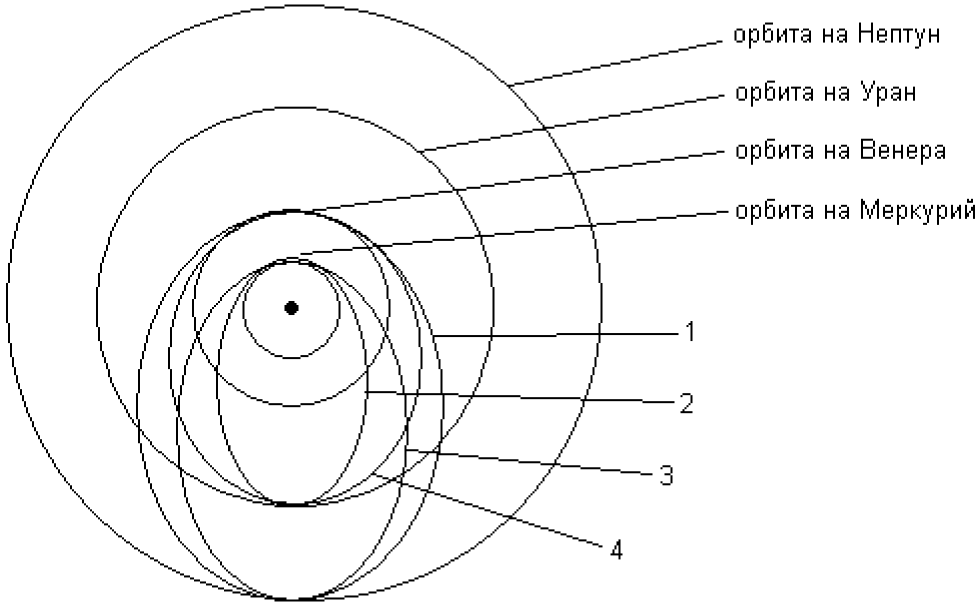
Решение: Съгласно третия закон на Кеплер:

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{a_3^3}{T_3^2}$$

където a а и T са голямата полуос на орбитата на кометата и нейният орбитален период, а a_3 и T_3 са радусът на земната орбита и орбиталният период на Земята.

$$T = T_3 \sqrt{\frac{a^3}{a_3^3}}$$

Оттук следва, че орбиталният период на кометата ще е най-голям, когато тя се движи по орбита с най-голямата възможна голяма полуос. Това е орбитата 1 с перихелий върху орбитата на Венера и афелий върху орбитата на Нептун. Минимален орбитален период ще се получи, ако кометата се движи по орбита 2 с перихелий върху орбитата на Меркурий и афелий върху орбитата на Уран.



Кометата ще има максимална скорост в перихелий, ако се движи по орбита 3. Очевидно е, че перихелийната скорост на кометата по орбита 3 би била по-голяма, отколкото перихелийната скорост по орбита 2. По орбита 3 кометата достига до по-далечно разстояние от Слънцето в афелий, отоклкото по орбита 2. Перихелийната скорост на кометата по орбита 3 би била по-голяма и от перихелийната скорост по орбита 1. Орбитите 1 и 3 в най-далечната си точка от Слънцето достигат до орбитата на Нептун. Но дотам е по-лесно да се изпрати тяло (в случая кометата) от по-далечно начално разстояние от Слънцето (перихелий, лежащ върху орбитата на Венера), отколкото от по-близката околност на Слънцето.

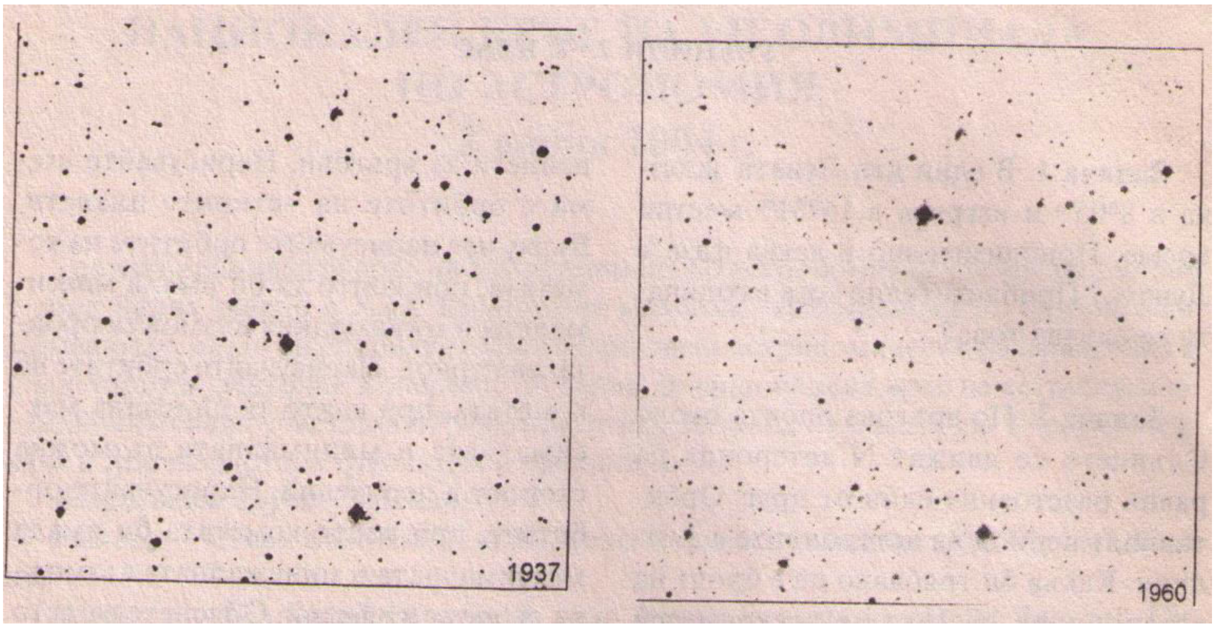
Орбитата, при която кометата би имала най-малка перихелийна скорост, е орбита 4.

Орбита 3 е същевременно и орбитата, при която кометата би имала минималната възможна скорост в афелий. Да сравним афелийната скорост на кометата при движение по орбита 3 с тази по орбита 1. При по-малка скорост на кометата Слънцето би трябвало по-силно да я отклонява навътре от кръговата орбита на Нептун и кометата по-стремително да “пада” към централните части на Слънчевата система.

От своя страна орбита 4 е същевременно и орбитата, по която кометата би имала максимална афелийна скорост.

Задача 5: През 1916 г. американският астроном Едуард Барнард открива най-бързо движещата се по небесната сфера звезда, наречена звездата на Барнард. Тя се оказва една от най-близките до нас звезди. Разстоянието до нея е само 1.821 парсека. Дадени са ви две снимки на участък от небето, съдържащ звездата на Барнард. Те са правени съответно през 1937 и 1960 г. Размерът на полето е 15×15 дъгови минути.

- Разпознайте на двете снимки звездата на Барнард и я означете със стрелка.
- Определете собственото движение на звездата по небесната сфера в единици *дъгови секунди за година* – n"/год.
- Пресметнете пространствената й скорост, като имате предвид, че звездата на Барнард притежава лъчева скорост V_r = –111 km/sec.



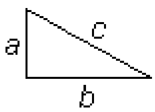
Решение: Страната на снимката е 120 mm и съответства на 15′, което е равно на 900″. Следователно мащабът на отпечатаните снимки е l = 7.5″/mm. Пренасяме положението на звездата от долната снимка на горната. Измерваме разстоянието между двете положения и получаваме $x = 32$ mm. Това линейно преместване на изображението отговаря на собствено движение $\tau = xl/\Delta T \approx$ 10.4″/год., където ΔT = 23 год. е интервалът от време между заснемането на снимките. Разстоянието до звездата на Барнард е $r = 1.821$ pc = 1.821 × 3.26 св.г. = 5.62 × 10^{13} km.

От τ [″ / год.] можем да преминем към θ [″ / sec], като разделим τ на броя на секундите в годината. Получаваме: θ = 3.3 × 10^{-7} ″ / sec. Тогава тангенциалната скорост е $V_\tau = \theta r/206265 \approx 90$ km/sec. За пространствената скорост получаваме:

$$V_{np} = \sqrt{V_\tau^2 + V_r^2} = 143 \text{ km/sec}$$

Справочни данни:

Теорема на Питагор: В правоъгълен триъгълник квадратът на хипотенузата е равен на сбора от квадратите на катетите.



$$a^2 + b^2 = c^2$$

1 парсек = 3.26 светлинни години.